principia mission

Mathematik im Weltraum Pack 2

Erkundung von Kombinationen, Permutationen, Fakultäten und der Wahrscheinlichkeit bei Tim Peakes Mission auf der Internationalen Raumstation (ISS).

Eine Mathematik-Ressource für Grundschul- und Sekundarschullehrer

11 - 16

UK SPACE AGENCY
esero
STEM LEARNING

UK Space Agency (Britische Weltraum-organisation)

Die Britische Weltraumorganisation steht im Mittelpunkt der britischen Bemühungen zur Erkundung und Nutzung des Weltraums. Der aufstrebende britische Raumfahrtsektor trägt jährlich 11,8 Milliarden Pfund zur britischen Wirtschaft bei und beschäftigt direkt über 34.000 Menschen mit einer durchschnittlichen Steigerungsrate von fast 8,5%.
Die britische Weltraumorganisation ist dafür verantwortlich, dass das Vereinigte Königreich eine strategische Fähigkeit bei weltraumbasierten Systemen, Techniken, Wissenschaftsleistungen und Anwendungen aufrecht erhält und ausbaut.

STEM Learning Ltd

STEM Learning Ltd betreibt das National STEM Learning Centre and Network (Nationales MINT-Lernzentrum und Netz). Es bietet Unterstützung auf lokaler Ebene durch wissenschaftliche Unterrichtspartnerschaften in ganz England sowie Partner in Schottland, Wales und Nordirland. Neben einer Reihe anderer Projekte unterstützt es MINT-Bildungsprojekte. STEM Learning ist eine Initiative des White Rose University-Konsortiums (das die Universitäten Leeds, Sheffield und York umfasst) sowie die Universität Sheffield Hallam.

ESERO

ESERO-UK, auch als das britische Amt für weltraumbasierte Bildungsangebote und Ressourcen bekannt, fördert die Nutzung des Weltraums zur Verstärkung und Unterstützung des Unterrichts und des Erlernens der MINT-Fächer (Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Technik) in Schulen und Gesamtschulen im gesamten Vereinigten Königreich.

Principia

Tims Mission in der Internationalen Raumstation mit der Bezeichnung „Principia“ nutzt die einzigartige Umgebung des Weltraums zur Durchführung von Versuchen sowie zum Ausprobieren neuer Techniken für künftige Erkundungsmissionen mit Menschen. Tim besucht als erster britischer ESA-Astronaut die Raumstation, wo er sechs Monate als Mitglied der internationalen Besatzung verbringt.

Einleitung

Am 15. Dezember 2015 brach der ESA-Astronaut Tim Peake zu der sechsmonatigen Principia-Mission zur Internationalen Raumstation auf. Principia wurde nach Isaac Newtons *Naturalis Principia Mathematica* benannt, worin er die Grundsätze von Bewegung und Schwerkraft beschreibt.

Bildung und Anregung Jugendlicher ist ein zentrales Element der Principia-Mission. Tim ist entschlossen, Principia zu einem aufregenden Abenteuer für die jüngere Generation zu machen. Die vorliegende Ressource gehört zu einem umfassenden Bildungsprogramm, mit dem Kinder zum Erlernen der MINT-Fächer angeregt werden sollen.

Diese Sammlung von Mathematik-Ressourcen richtet sich an Lehrer von Schülern der Schlüsselphasen 2, 3 und 4 (Altersgruppe 7 bis 16 Jahre) und ist eng mit Elementen der nationalen Mathematik-Lehrpläne von England, Nordirland, Schottland und Wales abgestimmt, die auf neue und anregende Weise unterrichtet werden können. Die Kinder können vertraute und unbekannte mathematische Ideen im Zusammenhang mit Tims Principia-Mission, einschließlich Schätzungen, Messungen, Kombinationen, Permutationen und Wahrscheinlichkeit, erkunden.

Dieser Leitfaden für Lehrer und die dazugehörigen Ressourcen lassen sich in unterschiedlicher Weise einsetzen:

1. Durch die Bearbeitung der Aufgaben in der vorgegebenen Reihenfolge werden die darin aufgeführten Verbindungen zum Lehrplan abgedeckt. Dies kann im Rahmen einer Themenwoche oder über mehrere Sitzungen hinweg erfolgen.

2. Die Lehrer können auswählen, welche Aufgaben, Ressourcen und Links sie wann verwenden – diese lassen sich unabhängig voneinander einsetzen. Dadurch werden die Möglichkeiten erweitert, wie derzeit weltraumbezogene und mathematische Themen unterrichtet werden. Wenn sich die Lehrer spezifische Herausforderungen vornehmen, die sich mit ihren Interessen und denen der Kinder decken, dann können die Lernaufgaben auch selektiv ausgewählt werden.

3. Möglicherweise möchten die Lehrer den Kindern, entweder in der Klasse oder als Teil einer Aufgabe außerhalb des Lehrplans, die Aufgaben nur vorstellen.

Klicken Sie hier zu weiteren Unterrichtsressourcen und Ideen im Zusammenhang mit Tims Mission.

Einleitende Videos

Die Online-Ressourcensammlung des Nationalen MINT-Lernzentrums verfügt über eine Vielzahl von Ressourcen im Zusammenhang mit Tim Peake von der Grund- bis zur Sekundarschule und deckt die Themen Wissenschaft, Technik und Informatik ab. Die nachstehenden Videos eignen sich als eine gute Einführung für einige, wenn auch nicht für alle Mathematik-Ideen in dieser Ressource:

- Tim Peake (http://stem.org.uk/rxce8)

Tim spricht über das Erlernen der MINT-Fächer und wie er Astronaut wurde.

- Tim Peake: Astronaut werden (http://stem.org.uk/rxdex)

Tim spricht über die Bedeutung wissenschaftlicher Fähigkeiten, um auf der Internationalen Raumstation (ISS) arbeiten zu können.

- Kann man im Weltraum dick werden? (http://stem.org.uk/rxcvn)

Als Teil des Wettbewerbs Great British Space Dinner stellt uns der Promi-Koch Heston Blumenthal die Frage: „Kann man im Weltraum dick werden?"

- Kochen mit Astronauten (http://stem.org.uk/rxcz9)

Heston Blumenthal beschreibt, wie sich die Zubereitung von Mahlzeiten auf der ISS von dem auf der Erde unterscheidet. Die Nahrungsmittel werden mit Wasser rehydratiert und können nicht im Herd oder im Mikrowellenofen erwärmt werden.

- Kühe im Weltraum (http://stem.org.uk/rxcvo)

Als Teil des Wettbewerbs Great British Space Dinner stellt der Promi-Koch Heston Blumenthal die Frage: „Kann man Kühe in den Weltraum mitnehmen?"

- Dinnerparty im Weltraum (http://stem.org.uk/rxcvr)

Heston Blumenthal erläutert, dass man in der schwerelosen Umgebung auf der Internationalen Raumstation keine Nahrungsmittel verwenden kann, die umherfliegen und in die Augen der Besatzung und in die Instrumente gelangen können und dass man aus Kunststoffbeuteln anstatt Tassen trinken muss.

- Nahrungsmittel-Textur (http://stem.org.uk/rxcvp)

Heston Blumenthal bittet Kinder, über die Textur von Nahrungsmitteln für Astronauten nachzudenken. Er schlägt vor, Texturen zu mischen, so dass sie die beste Erfahrung für Tim darstellen, wenn er seine Mahlzeit zu sich nimmt.

- Tim Peakes Lieblingsgerichte (http://stem.org.uk/rxcvq)

Als Teil des Wettbewerbs Great British Space Dinner fragt der Promi-Koch Heston Blumenthal den Astronauten Tim Peake nach seinen Lieblingsgerichten.

Verbindungen zum Lehrplan

Thematischer Inhalt:

- Den Stellenwert für Dezimale, Maße und Ganzzahlen jeder Größe verstehen und verwenden
- Für den Vorrang von Operationen die übliche Schreibweise einschließlich Klammern, Potenzen, Wurzeln und Kehrwerte verwenden
- Abwechselnd mit endlichen Dezimalbrüchen und deren entsprechenden Brüchen (wie 3,5 und / oder 0,375) arbeiten
- Zahlen und Maße auf einen geeigneten Genauigkeitsgrad runden [beispielsweise auf eine Zahl von Dezimalstellen oder signifikanten Ziffern]
- Einen Taschenrechner bzw. andere Techniken verwenden, um Ergebnisse genau zu berechnen, und sie anschließend in geeigneter angemessen interpretieren
- Numerische Werte durch Formeln und Ausdrücke, einschließlich wissenschaftlicher Formeln, ersetzen
- Verstehen, dass sich die Wahrscheinlichkeiten aller möglichen Ergebnisse zu 1 summieren
- Theoretische Ereignisräume für einzelne und kombinierte Ereignisse mit gleichermaßen wahrscheinlichen, sich gegenseitig ausschließenden Ergebnissen erzeugen und diese zur Berechnung theoretischer Wahrscheinlichkeiten verwenden.

Angleterre :

Mathematisch arbeiten:

- Geeignete Berechnungsstrategien auswählen und einsetzen, um zunehmend komplexere Probleme zu lösen
- Die Algebra zur Verallgemeinerung der Arithmetik-Struktur verwenden, einschließlich zur Formulierung mathematischer Beziehungen
- Ihr mathematisches Wissen, teilweise durch die Lösung von Problemen und die Bewertung der Ergebnisse, einschließlich mehrstufiger Probleme, entwickeln
- Vermutungen über Muster und Beziehungen anstellen und überprüfen; Nachweise oder Gegenbeispiele ermitteln
- Interpretieren, wann die Struktur eines numerischen Problems eine additive, multiplikative oder proportionelle Schlussfolgerung erfordert
- Ihr mathematisches Wissen, teilweise durch die Lösung von Problemen und die Bewertung der Ergebnisse, einschließlich mehrstufiger Probleme, entwickeln
- Geeignete Konzepte, Methoden und Techniken zur Anwendung auf unbekannte und nicht routinemäßige Probleme auswählen.

Pays de Galles :

- Über den Lehrplan mathematische Fähigkeiten auf eine Vielzahl von Kontexten und Alltagssituationen übertragen
- Eine Vielzahl möglicher Ansätze auswählen, ausprobieren und bewerten und komplexe Probleme in mehrere Aufgaben aufgliedern
- Für die zur Lösung einer Aufgabe oder zum Erreichen einer Lösung erforderlichen Schritte Prioritäten setzen und sie organisieren
- Eine geeignete mentale oder schriftliche Strategie auswählen und erkennen, wann die Verwendung eines Taschenrechners angebracht ist
- Anhand der geeigneten mathematischen Sprache Ergebnisse und Verfahren genau erläutern
- Antworten im Kontext des Problems interpretieren und überlegen, ob die Antworten, einschließlich die anhand von Taschenrechner, analogen und digitalen Anzeigen, sinnvoll sind

Écosse :

- Ich kann eine Vielzahl von Methoden einsetzen, um Zahlenprobleme in vertrauten Kontexten zu lösen und dabei meine Prozesse und Lösungen klar verständlich machen.
- Ich kann Probleme durch die Ausführung von Berechnungen mit einer Vielzahl von Brüchen, Dezimalbrüchen und Prozentsätzen lösen und meine Antworten dazu nutzen, Vergleiche anzustellen und eine sachgerechte Auswahl für Alltagssituationen zu treffen.
- Durch Anwendung meines Verständnisses von Wahrscheinlichkeit kann ich bestimmen, wie oft ich mit dem Eintreten eines Ereignisses rechne, und nutze diese Informationen, um Voraussagen, eine Risikobewertung, eine sachgerechte Auswahl und sachgerechte Entscheidungen zu treffen.

Irlande du Nord :

- Die Rolle der Mathematik als einen „Schlüssel" für künftige allgemeine und berufliche Bildung sowie Beschäftigung prüfen. Erkunden, wie die durch die Mathematik entwickelten Fähigkeiten für eine Vielzahl von Berufen nützlich sind
- Über die geeignete Methode und das geeignete Material zur Lösung von Problemen – mental, schriftlich, Taschenrechner, mathematische Instrumente oder eine Kombination davon - entscheiden
- Durch kritisches und flexibles Denken, Problemlösung und Treffen sachgerechter Entscheidungen eingehendes mathematisches Verständnis zeigen
- Effektiv mit anderen zusammenarbeiten
- Durch systematisches Arbeiten, beharrliches Bearbeiten von Aufgaben, Bewerten und Verbessern der eigenen Leistung Selbstmanagement demonstrieren

Lehrer-Informationsressource 1:

Vorspeise, Hauptgericht, Nachspeise

In dieser Ressource wird die Kombinatorik, ein ähnlicher Prozess wie bei der Lösung von Wahrscheinlichkeitsproblemen durch das Auflisten der Ergebnisse oder durch den Aufbau von räumlichen Schaubildern behandelt, die alle möglichen Ergebnisse beim Kombinieren verschiedener Ereignisse enthalten.

Die Aufgabe kann mit einer Erörterung darüber eingeleitet werden, welche Nahrungsmittel die Schüler mit in den Weltraum nehmen würden. Das Video „Tim Peakes Lieblingsgerichte“ (http://stem.org.uk/rxcvq) zeigt Tim bei der Vorstellung seiner Lieblingsgerichte.

In dieser Lektion wird die Aussage untersucht: *„Auf der Internationalen Raumstation (ISS) ist der Nahrungsmittelvorrat recht eingeschränkt. Tim hätte für jeden Gang seiner Mahlzeit nur drei Angebote zur Auswahl.“* Die Lehrer können erörtern lassen, ob dies ein realistisches Modell ist – ist das nach Meinung der Schüler auch so?

Mögliche Fragen, die zum Nachdenken über das oben genannte Szenario anregen:

Welche Drei-Gänge-Mahlzeit würdet ihr wählen?

Führen Sie eine Diskussion darüber, dass es je nach Präferenz verschiedene Optionen gibt. Wie viele Kombinationen sind möglich?

Könnt ihr alle möglichen Kombinationen auflisten?

Haben die Schüler eine Methode zur Lösung dieser Frage? Können sie ihre Ausarbeitung systematisch darstellen? Gibt es mehr als eine Möglichkeit zur Ausarbeitung der Antwort?

Die Gesamtzahl der Kombinationen beträgt: 3 × 3 × 3 = 33 = 27

Und wenn es nur zwei Optionen für jeden Gang gäbe?

Zur Lösung könnte eine Liste aller möglichen Ergebnisse mit nur zwei Optionen erstellt werden. Alternativ kann die Gesamtzahl der Kombinationen berechnet werden als:

2 × 2 × 2 = 23 = 8. Welche Methode halten die Schüler für die beste? Was ist das Für und Wider für die jeweilige Methode, wenn sie auf ähnliche Situationen angewendet wird?

Und wenn es vier Optionen gäbe?

Erneut könnte eine Liste aller möglichen Ergebnisse mit vier Optionen erstellt werden. Die Gesamtzahl der Kombinationen lässt sich berechnen als: 4 × 4 × 4 = 43 = 64. Können die Schüler erneut begründet darlegen, welche Methode sie bevorzugen?

Tim befindet sich sechs Monate lang auf der ISS – gibt es genügend verschiedene Kombinationen für jede Mahlzeit?

Dieses Problem stellt eine größere Herausforderung dar. Zunächst: Wie oft isst Tim nach eurer Erwartung in einem Zeitraum von sechs Monaten? Gehören hierzu Frühstück, Mittag- und Abendessen? Sollte man an der geplanten Drei-Gänge-Mahlzeit festhalten?
Eine rasche Lösung für das Problem besteht in der Feststellung, dass man mit drei Optionen je Gang 3 × 3 × 3 = 33 = 27 verschiedene Mahlzeiten erhält. Etwas weniger als ein Monat, bzw. neun Tage, wenn jede Mahlzeit demselben Muster folgen soll. Somit gibt es nicht genügend Kombinationen, um innerhalb von sechs Monaten eine unterschiedliche Mahlzeit zu erhalten.
Der uns interessierende Zeitraum umfasst ungefähr 180 Tage. Tatsächlich dauert Tims Mission 171 Tage. Bei n Optionen braucht man für eine andere Mahlzeit jeden Tag n3 > 180. Dies lässt sich auf mehrere Arten lösen. Ältere Schüler könnten vielleicht Logarithmen verwenden, andere könnten Versuche und Verbesserungen ausprobieren.
Bei 6 Optionen (n = 6) gibt es 216 verschiedene Kombinationen. Wenn wir sechs Monate lang dreimal täglich eine andere Drei-Gänge-Mahlzeit haben wollen, benötigen wir mindestens 540 Mahlzeiten-Kombinationen. Bei n = 9 ergibt dies 729 mögliche Kombinationen.

Lehrer-Informationsressource 2: Vier Optionen

Entrée, plat principal, dessert

In dieser Ressource wird die Fakultätsfunktion (!) behandelt. Bei dieser Funktion werden aufeinanderfolgende absteigende Zahlen multipliziert, die mit 1 enden, beispielsweise $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.

Die Aufgabe könnte mit einer Erörterung darüber eingeleitet werden, welche Nahrungsmittel die Schüler mit in den Weltraum nehmen würden. Das Video „Tim Peakes Lieblingsgericht“ (http://stem.org.uk/rxcvq) zeigt Tim bei der Vorstellung seiner Lieblingsgerichte.

In dieser Lektion wird die Anordnung der vier verschiedenen Nahrungsmittel-Optionen untersucht. Die Lehrer können erörtern lassen, ob dies ein realistisches Modell ist – ist das nach Meinung der Schüler an Bord der ISS auch ein wahrscheinliches Szenario?

Mögliche Fragen, die zum Nachdenken über dieses Szenario anregen:

Welche Option würdet ihr wählen?

Führen Sie eine Diskussion darüber, dass es je nach Präferenz verschiedene Optionen gibt. Welches wären die bevorzugten vier Mahlzeiten der Schüler? Würden sie etwas vermissen, wenn sie sechs Monate lang im Weltraum wären? Wie werden ihrer Meinung nach Nahrungsmittel im Weltraum aufgetragen?

Ordnet die Optionen von der am meisten bis zu der am wenigsten gewünschten Mahlzeit

Stimmen die Schüler überein? Können sie Mitschüler mit derselben oder einer umgekehrten Reihenfolge wie sie selbst finden?

Auf wie viele verschiedene Arten lassen sich die vier Mahlzeiten anordnen?

Es gibt 24 Arten zum Ordnen der vier Optionen.

Es gibt vier Optionen zur Auswahl bei der Wahl des Lieblingsgerichts. Sobald eine Wahl getroffen wurde, bleiben drei Optionen zur Auswahl an zweiter Stelle. Dann gibt es zwei Optionen für die drittplatzierte Option, und die eine verbleibende Option muss die am wenigsten gewünschte sein.

Anmerkung: Dies lässt sich als $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ ausdrücken, obwohl die Lehrer in dieser Phase wohl noch nicht die Fakultätsfunktion erläutern möchten.

Und wenn es eine andere Anzahl Mahlzeiten-Optionen gäbe?

Ermuntern Sie die Schüler, sich eigene Ideen zur Lösung dieser Frage zu überlegen. Möglicherweise müssen sie zur Überlegung der einfachsten Option einer einzigen Wahl einer Mahlzeit, dann von zwei und dann von drei Optionen angeregt werden. Können sie ein Muster für die Reihenfolge der Zahlen entdecken und weitere Ergebnisse vorhersagen?

Gibt es ein allgemeines Muster?

Anzahl Mahlzeiten	Berechnung	Fakultätsschreibweise	Anzahl Optionen
1	1	1!	1
2	2 x 1	2!	2
3	3 x 2 x 1	3!	6
4	4 x 3 x 2 x 1	4!	24
5	5 x 4 x 3 x 2 x 1	5!	120
6	6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1	6!	720

Die Schüler können die termbezogene Regel beschreiben, dass man „jedes Mal einmal mehr multipliziert“. In dieser Phase könnte die Fakultätsschreibweise erörtert werden.

Bei n verschiedenen Mahlzeiten-Optionen würde die Berechnung so aussehen:
$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \ldots \times 2 \times 1$

Weitere Diskussionspunkte:

- Welches ist die erste Fakultät, die größer als 1.000 ist? Und größer als 1.000.000?
- Was ist 0!?
- Welches ist die größte Fakultät, die euer Taschenrechner berechnen kann?
- Gibt es negative Fakultäten?

Lehrer-Informationsressource 3: Keine Etiketten

In dieser Ressource wird die Wahrscheinlichkeit bei der zufallsbedingten Auswahl von Gegenständen behandelt. Die Aufgabe könnte mit einer Erörterung darüber eingeleitet werde, wie Nahrungsmittel in den Weltraum transportiert und dort verzehrt werden. In dem Video Kochen mit Astronauten (http://stem.org.uk/rxcz9), beschreibt Heston Blumenthal, wie auf der ISS Nahrungsmittelbeutel mit Wasser rehydratiert werden.

In dieser Lektion wird die Aussage untersucht: *„Leider sind alle Mahlzeiten für Tim in Päckchen ... aber ohne Etiketten darauf eingetroffen! Tim hat acht mögliche verschiedene Optionen, aus denen er wählen kann, aber er weiß nicht, was in jedem Päckchen steckt, das er auswählt. Er weiß auch, dass eine der Optionen Curry lautet.“*

Mögliche Fragen, die zum Nachdenken über dieses Szenario anregen:

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, Curry zu wählen?

Die Schüler sollten die Antwort 1/8 nennen.

Dies setzt voraus, dass nur eine der Optionen Curry lautet, dass die Auswahl völlig zufallsbedingt getroffen wird und dass er den Inhalt der Päckchen nicht durch Gewicht oder Konsistenz ableiten kann.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, kein Curry zu wählen?

Die Schüler sollten die Antwort 7/8 nennen.

Erneut werden dieselben Annahmen wie oben vorausgesetzt. Die Lehrer können darauf hinweisen, dass es sieben von acht Optionen gibt, die kein Curry enthalten. Alternativ kann die Antwort durch Abziehen der Wahrscheinlichkeit der Auswahl von Curry von eins berechnet werden (da die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis eintritt, zusammen mit der Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis nicht eintritt, eins ergibt, da eine dieser Optionen mit Sicherheit stattfindet).

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, bei drei verschiedenen Mahlzeiten in Folge kein Curry zu wählen?

Die Lehrer können die Schüler ermuntern, ein Baumdiagramm zur Darstellung dieses Problems zu zeichnen. Bei der ersten Mahlzeit beträgt die Wahrscheinlichkeit, keinen Currybeutel zu wählen, 7/8. Angenommen, die Curry-Option wurde bei der nachfolgenden Mahlzeit nicht gewählt, beträgt die Wahrscheinlichkeit 6/7. Für die dritte Mahlzeit beträgt sie 5/6.

Da all diese Ergebnisse eintreten müssen, multiplizieren wir, und somit beträgt die Wahrscheinlichkeit der Auswahl von drei Mahlzeiten, die kein Curry enthalten:

$$\frac{7}{8} \times \frac{6}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{8} = 0{,}625$$

Die Lehrer können auch Methoden der Multiplikation von Brüchen einschließlich des „Wegstreichens“ vor dem Multiplizieren erörtern.

Lehrer-Informationsressource 4: Keine Etiketten - unbeschränkte Optionen

In dieser Ressource wird die Wahrscheinlichkeit bei der zufallsbedingten Auswahl von Gegenständen ohne Zurücklegen behandelt. Die Aufgabe könnte mit einer Erörterung darüber eingeleitet werden, wie Nahrungsmittel in den Weltraum transportiert und dort verzehrt werden. In dem Video Kochen mit Astronauten (org.uk/rxcz9), beschreibt Heston Blumenthal, wie auf der ISS Nahrungsmittelbeutel mit Wasser rehydratiert werden.

In dieser Lektion wird die Aussage untersucht: *„Leider sind alle Mahlzeiten für Tim in Päckchen ... aber ohne Etiketten darauf eingetroffen! Tim hat acht mögliche verschiedene Optionen, aber er weiß nicht, was in jedem Päckchen steckt, das er auswählt. Auf der ISS scheint es eine unbeschränkte Anzahl von jeder der 8 zur Auswahl stehenden Mahlzeiten zu geben. Er weiß auch, dass eine der Optionen Curry lautet.“*

Mögliche Fragen, die zum Nachdenken über dieses Szenario anregen:

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, Curry auszuwählen?
Die Schüler sollten die Antwort 1/8 nennen.

Dies setzt voraus, dass nur eine der Optionen Curry lautet, dass die Auswahl völlig zufallsbedingt getroffen wird und dass er den Inhalt der Päckchen nicht durch Gewicht oder Konsistenz ableiten kann.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, kein Curry zu wählen?
Die Schüler sollten die Antwort 7/8 nennen.

Erneut werden dieselben Annahmen wie oben vorausgesetzt. Die Lehrer können darauf hinweisen, dass es sieben von acht Optionen gibt, die kein Curry enthalten. Alternativ kann die Antwort durch Abziehen der Wahrscheinlichkeit der Auswahl von Curry von eins berechnet werden (da die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ereignis eintritt, zusammen mit der Wahrscheinlichkeit, dass das Ereignis nicht eintritt, eins ergibt, da eine dieser Optionen mit Sicherheit stattfindet).

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, bei drei verschiedenen Mahlzeiten in Folge kein Curry zu wählen?
Die Lehrer können die Schüler ermuntern, ein Baumdiagramm zur Darstellung dieses Problems zu zeichnen.

Die Wahrscheinlichkeit, keinen Currybeutel zu wählen, beträgt beim ersten Mal 7/8. Angenommen, es gäbe von jeder Option eine unbeschränkte Menge, bleibt die Wahrscheinlichkeit, kein Curry zu wählen, für die nachfolgenden Mahlzeiten 7/8. Diese Wahrscheinlichkeit bleibt für alle nachfolgenden Mahlzeiten dieselbe.

Somit beträgt die Wahrscheinlichkeit der Auswahl von drei Mahlzeiten, die kein Curry enthalten:

$$\frac{7}{8} \times \frac{77}{88} \times \frac{}{} = \frac{343}{512} = 0{,}669921875 = 0{,}67 \text{ (2 signifikante Ziffern)}$$

Die Lehrer können erörtern, weshalb die Methoden des „Wegstreichens“ bei dieser besonderen Bruch-Multiplikation nicht funktioniert.

Die Lehrer können auch die Plausibilität dieses Modells erörtern lassen. Ist es wahrscheinlich, dass es in der ISS unbeschränkte Nahrungsmittelvorräte gibt? Gibt es andere Szenarien, auf die dieses Modell angewandt werden könnte? Halten die Schüler die Wahrscheinlichkeit von 0,67 eine vernünftige Schätzung?

Lehrer Informationsressource 5: Kombination von Mahlzeiten

In dieser Ressource werden Kombinationen in der Mathematik behandelt.

Die Aufgabe könnte mit einer Erörterung darüber eingeleitet werden, welche Nahrungsmittel die Schüler in den Weltraum mitnehmen würden. In dem Video „Tim Peakes Lieblingsgerichte“ (http://stem.org.uk/rxcvq) spricht Tim über seine Präferenzen.

In der Lektion wird die Auswahl von zwei Artikeln von vier verschiedenen Nahrungsmittel-Optionen untersucht.

Mögliche Fragen, die zum Nachdenken über dieses Szenario anregen:

Welche zwei Optionen würdet ihr wählen?

Führen Sie eine Diskussion darüber, dass es je nach Präferenz verschiedene Optionen gibt. Welche wäre die bevorzugte Mahlzeiten-Kombination der Schüler? Würden sie etwas vermissen, wenn sie sechs Monate lang im Weltraum wären? Wie werden ihrer Meinung nach Nahrungsmittel im Weltraum aufgetragen?

Wie viele Kombinationen gibt es?

Können die Schüler alle möglichen Kombinationen auflisten? Gibt es verschiedene Methoden in der Klasse? Haben die Schüler eine bevorzugte Methode?

Spielt eurer Meinung nach die Reihenfolge eine Rolle?

Ist „Suppe und Burger“ dasselbe wie „Burger und Suppe“? Dies ist eine Diskussion von wesentlicher Bedeutung. Für Kombinationen ist die Reihenfolge nicht von Bedeutung (falls doch, dann heißen derartige Situationen Permutationen – siehe nächste Ressource).

Was passiert, wenn ihr zwei Optionen von FÜNF Artikeln auswählt? Vier Artikel von fünf?

Diese Frage soll die Schüler dazu ermuntern, nach Möglichkeiten zu suchen, um ein allgemeines Muster zu finden. Anstatt von fünf Optionen können die Lehrer die Schüler dazu anregen, über die Vereinfachung des Problems auf nur eine oder zwei Optionen nachzudenken, und dann den Schwierigkeitsgrad steigern. Eine gute Grundlage für diese Aufgabe können das Arbeiten und Diskutieren zu zweit oder als Gruppe bilden.

Könnt ihr Muster erkennen?

In der nachstehenden Tabelle sind einige möglicherweise von den Schülern berechnete Werte angegeben:

Optionen	Ausgewählte Artikel	Schreib-weise	Berechnung	Anzahl Kombinationen bei der Auswahl
2	0	$\binom{2}{0}$	$\frac{2!}{0!\ 2!}$	1
2	1	$\binom{2}{1}$	$\frac{2!}{1!\ 1!}$	2
2	2	$\binom{2}{2}$	$\frac{2!}{2!\ 0!}$	1
3	0	$\binom{3}{0}$	$\frac{3!}{0!\ 3!}$	1
3	1	$\binom{3}{1}$	$\frac{3!}{1!\ 2!}$	3
3	2	$\binom{3}{2}$	$\frac{3!}{2!\ 1!}$	3
3	3	$\binom{3}{3}$	$\frac{3!}{3!\ 1!}$	1
4	0	$\binom{4}{0}$	$\frac{4!}{0!\ 4!}$	1
4	1	$\binom{4}{1}$	$\frac{4!}{1!\ 3!}$	4
4	2	$\binom{4}{2}$	$\frac{4!}{2!\ 2!}$	6
4	3	$\binom{4}{3}$	$\frac{4!}{3!\ 1!}$	4
4	4	$\binom{4}{4}$	$\frac{4!}{4!\ 0!}$	1
5	0	$\binom{5}{0}$	$\frac{5!}{0!\ 5!}$	1
5	1	$\binom{5}{1}$	$\frac{5!}{1!\ 4!}$	5
5	2	$\binom{5}{2}$	$\frac{5!}{2!\ 3!}$	10
5	3	$\binom{5}{3}$	$\frac{5!}{3!\ 2!}$	10
5	4	$\binom{5}{4}$	$\frac{5!}{4!\ 1!}$	5
5	5	$\binom{5}{5}$	$\frac{5!}{5!\ 0!}$	1

Gibt es eine allgemeine Regel?

Die Lehrer können das Pascal'sche Dreieck vorstellen, damit die Muster daraus von selbst sichtbar werden. Die Schüler haben möglicherweise versucht, die Werte in der oben stehenden Tabelle durch Auflistung der Kombinationen zu finden. Die Lehrer können überlegen, in welcher Phase sie die nachstehende Formel für die Anzahl möglicher Kombinationen bei der Auswahl von r Gegenständen aus n Optionen vorstellen:

$$\binom{n}{r} == {}^{n}C_{r} \quad \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{r!}$$

Lehrer Informationsressource 6: Getränkekarte

In dieser Ressource wird die Wahrscheinlichkeit bei der zufallsbedingten Auswahl von Gegenständen behandelt.

Die Aufgabe könnte mit einer Erörterung darüber eingeleitet werden, wie Nahrungsmittel in den Weltraum transportiert und dort verzehrt werden. In dem Video Dinnerparty im Weltraum (http://stem.org.uk/rxcvr), erläutert Heston Blumenthal, dass man auf der ISS aus Kunststoffbeuteln anstatt Tassen trinken muss.

In dieser Lektion wird die Aussage untersucht *„Auf der ISS ist Flüssigkeit ein lebenswichtiges Gut. Tim ist bei seinen letzten acht Getränkebeuteln angelangt. Er hat fünf mit Orange-, einen mit Apfel-, einen mit Preiselbeer- und einen mit Traubengeschmack. Er wählt einen zufallsbedingt aus.“*

Mögliche Fragen, die zum Nachdenken über dieses Szenario anregen:

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, das Traubensaft-Getränk zu wählen?

Die Schüler sollten die Antwort 1/8 nennen.
Dies setzt voraus, dass nur eine der Optionen Traubensaft ist, dass die Auswahl völlig zufallsbedingt ist und dass er den Inhalt der Pakete nicht durch Gewicht oder Konsistenz ableiten kann.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, Orange zu wählen?

Die Schüler sollten die Antwort 5/8 nennen.
Erneut werden dieselben Annahmen wie oben vorausgesetzt. Die Lehrer können darauf hinweisen, dass es fünf von acht Getränken mit Orangegeschmack gibt und dass die Wahrscheinlichkeit, kein Getränk mit Orangegeschmack zu wählen 3/8 beträgt, und dass sich diese beiden Wahrscheinlichkeiten zu eins summieren.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dreimal in Folge Orange zu wählen?

Die Lehrer können die Schüler ermuntern, ein Baumdiagramm zur Darstellung dieses Problems zu zeichnen.

Bei der ersten Auswahl beträgt die Wahrscheinlichkeit, Orange zu wählen, 5/8. Angenommen, eine Orange-Option wurde gewählt, dann beträgt die nachfolgende Wahrscheinlichkeit 4/7. Für die dritte Auswahl beträgt sie 3/6.

Somit beträgt die Wahrscheinlichkeit, drei Mahlzeiten auszuwählen, die kein Curry enthalten:

$$\frac{5}{8} \times \frac{43}{76} \times \frac{}{} = \frac{5}{28} = 0{,}17857\ldots = 0{,}18 \quad \text{(2 signifikante Ziffern)}$$

Die Lehrer können Methoden der Multiplikation von Brüchen einschließlich des „Wegstreichens“ vor dem Multiplizieren, sowie den Wiederholungscharakter der Antwort mit der irrationalen Dezimale erörtern.

Lehrer-Informationsressource 7: Getränkekarte mit identischen Elementen

In dieser Ressource wird die Wahrscheinlichkeit bei der zufallsbedingten Auswahl von Gegenständen behandelt, wenn einige der Gegenstände identisch sind.

Die Aufgabe könnte mit einer Erörterung darüber eingeleitet werden, wie Nahrungsmittel in den Weltraum transportiert und dort verzehrt werden. In dem Video Dinnerparty im Weltraum (http://stem.org.uk/rxcvr), erläutert Heston Blumenthal, dass man auf der ISS aus Kunststoffbeuteln anstatt Tassen trinken muss.

In dieser Lektion wird die Aussage untersucht *„Auf der ISS ist Flüssigkeit ein lebenswichtiges Gut. Tim ist bei seinen letzten fünf Getränkebeuteln angelangt. Er hat zwei mit Orange-, einen mit Apfel-, einen mit Preiselbeer- und einen mit Traubengeschmack. Er wählt einen zufallsbedingt aus.“*

Mögliche Fragen, die zum Nachdenken über dieses Szenario anregen:

Wie viel verschiedene Möglichkeiten zur Anordnung der Getränke gibt es?

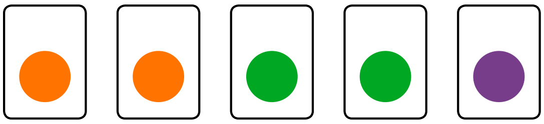
Die Schüler sollten die Antwort 60 nennen.

Wenn wir die Getränke mit O1, O2, A, P und T bezeichnen, gibt es 5! = 120 verschiedene Möglichkeiten, die Getränkebeutel anzuordnen. Da O1 und O2 identisch sind, kann jede der 120 Anordnungen als ein identisches Paar nebeneinandergestellt werden. Daraus ergeben sich 60 verschiedene Anordnungen.

Die Lehrer können die Schüler ähnliche Szenarien mit anderen Werten erkunden lassen, bevor sie bekannt geben:

„Die Regel für die Anzahl Anordnungen einer Menge von n Gegenständen, von denen r identisch sind, ist $\frac{n}{r}$ “.

Wie viele Anordnungen gibt es für die unten stehenden Getränkebeutel?



Die Schülersollten die Antwort 30 nennen.
Aus der oben stehenden Aussage können die Schüler die Regel für Situationen ableiten, bei denen es um mehr als eine Menge identischer Gegenstände geht, d.h.:

„Die Regel für die Anzahl Anordnungen einer Menge von n Gegenständen, von denen r Gegenstände identisch sind, s Gegenstände identisch sind und t Gegenstände identisch sind, lautet $\frac{n!}{r!s!t!}$ “.

Dieses Problem wird zu $\frac{5!}{2!2!} = \frac{5x4x3x2x1}{2x1x2x1} = 30$

Wie viele verschiedene Kombinationen könnt ihr vornehmen?

Auf der Internationalen Raumstation (ISS) ist der Nahrungsmittelvorrat recht eingeschränkt. Tim hätte für jeden Gang seiner Mahlzeit nur drei Angebote zur Auswahl.

Drei Vorspeisen:	Drei Hauptgerichte:	Drei Nachspeisen:
Suppe Oliven Melone	Curry Pasta Burger	Brausepulver Eis am Stiel Kuchen

- Welche Drei-Gänge-Mahlzeit würdet ihr wählen? Könnt ihr alle möglichen Kombinationen auflisten?
- Und wenn es nur zwei Optionen für jeden Gang gäbe? Und wenn es vier Optionen gäbe?
- Tim ist sechs Monate lang auf der ISS, gibt es genug verschiedene Kombinationen für jede Mahlzeit?

Tim kann jeden Tag für sein Hauptgericht aus vier Artikeln wählen:

Suppe	Burger	Pasta	Curry

- Welche Option würdet ihr wählen?
- Könnt ihr die Optionen von gewünscht bis am wenigsten gewünscht ordnen?
- In wie vielen verschiedenen Reihenfolgen können die vier Optionen angeordnet werden?
- Und wenn es nur 3 Optionen gäbe?
- Und wenn es fünf Optionen gäbe? Gibt es ein allgemeines Muster?

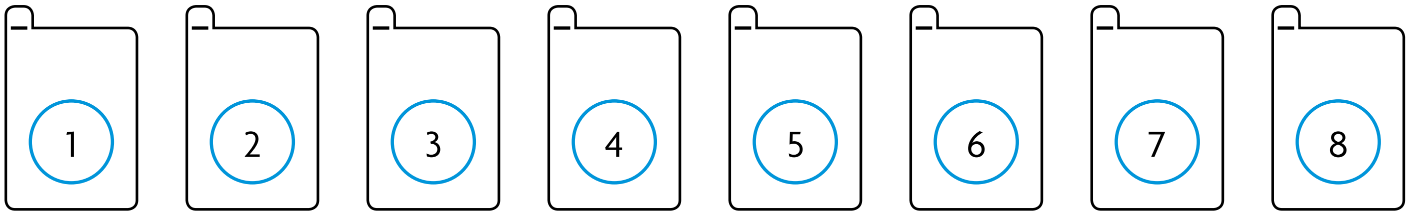
Fakultäten (!)

Mit der Fakultätsfunktion (Symbol: !) werden Reihen von absteigenden Zahlen multipliziert, die mit 1 enden.
e.g. 4! = 4 x 3 x 2 x 1 = 24

Könnt ihr die Fakultätstaste auf eurem Taschenrechner finden?
Versucht zu berechnen:
3! 5! 7! 1!

Was passiert voraussichtlich, wenn eine Mahlzeit gewählt wird?

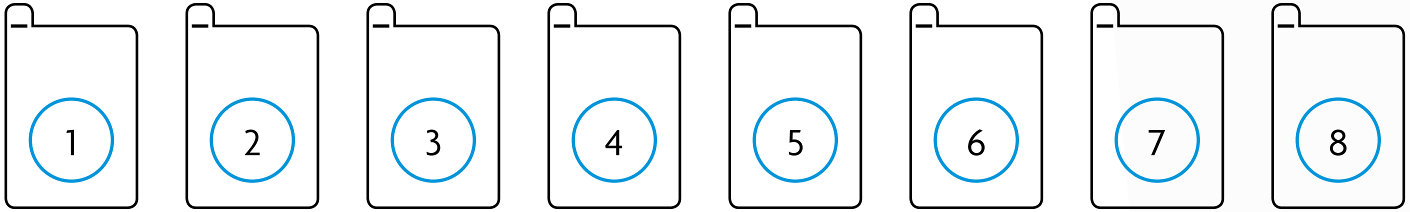
Leider sind alle Mahlzeiten für Tim in Päckchen ... aber ohne Etiketten darauf eingetroffen! Tim hat acht mögliche verschiedene Optionen, aus denen er wählen kann, aber er weiß nicht, was in jedem Päckchen steckt, das er auswählt. Er weiß auch, dass eine der Optionen Curry lautet.



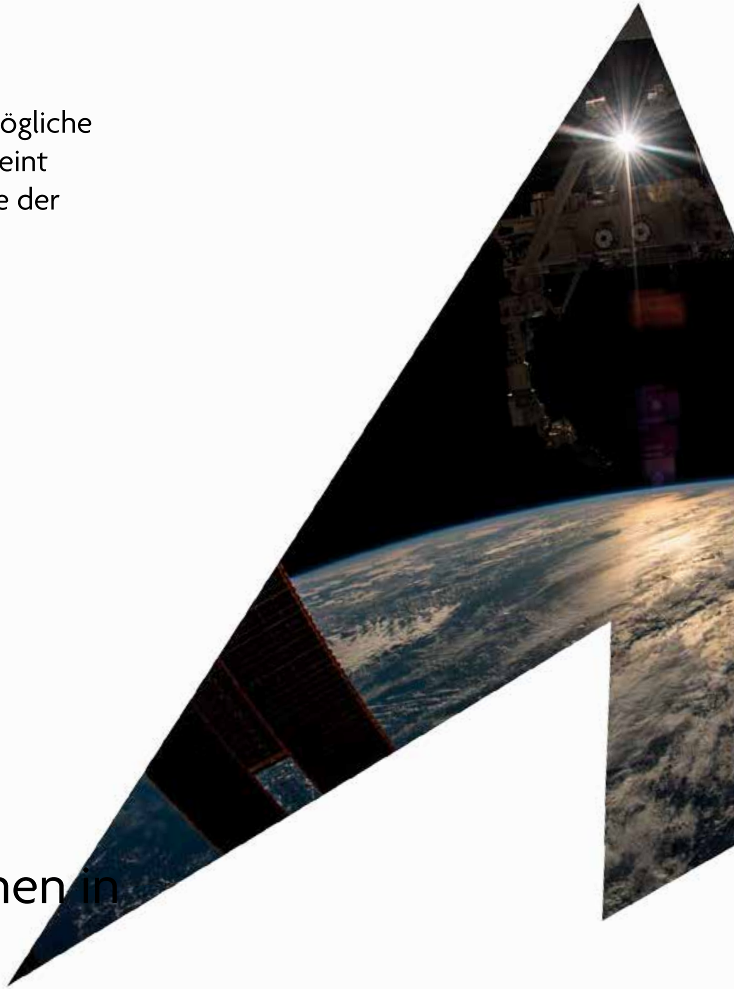
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, Curry zu wählen?
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, kein Curry zu wählen?
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, bei drei verschiedenen Mahlzeiten in Folge kein Curry zu wählen?

Was passiert voraussichtlich, wenn eine Mahlzeit gewählt wird?

Leider sind alle Menüs für Tim in Päckchen ... aber ohne Etiketten darauf eingetroffen! Tim weiß, dass es acht mögliche verschiedene Optionen gibt, aber er weiß nicht, was in jedem Päckchen steckt, das er auswählt. Auf der ISS scheint es eine unbeschränkte Anzahl von jeder der 8 zur Wahl stehenden Mahlzeiten zu geben. Er weiß auch, dass eine der Optionen Curry lautet.



- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, Curry zu wählen?
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, Curry dreimal in Folge zu wählen?
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, drei verschiedene Optionen in Folge zu wählen?



Kombination von Mahlzeiten

Wie viele Kombinationen sind möglich?

Für eine Mahlzeit kann Tim zwei Artikel aus den vier Optionen wählen:

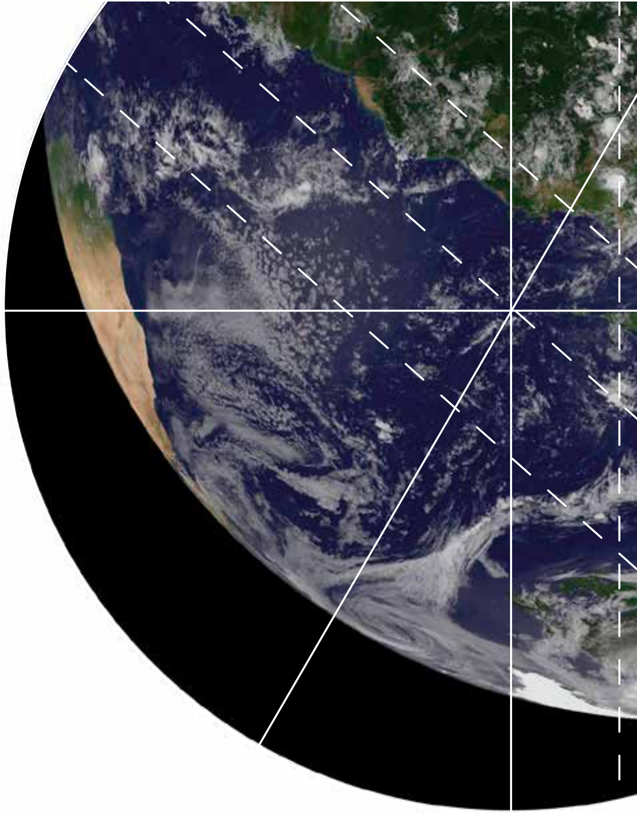
Suppe	Burger	Pasta	Curry

Kombinationen

Die Formel für die Anzahl möglicher Kombinationen bei der Auswahl von r Gegenständen aus n Optionen erhält man durch:

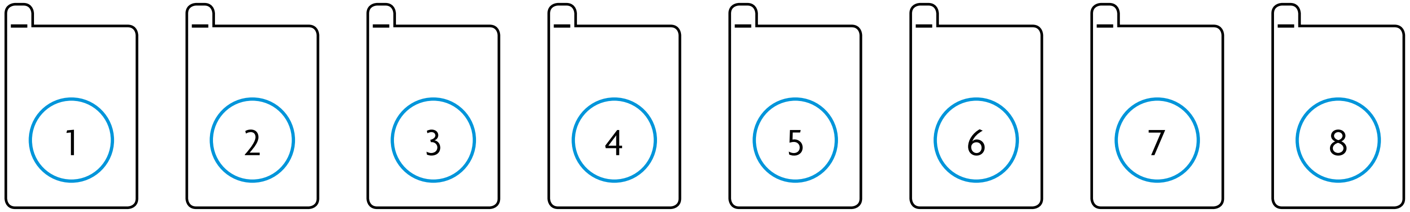
$$\binom{n}{r} == {}^{n}C_{r} \qquad \frac{n!}{r!\,(n-r)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-r+1)}{r!}$$

- Welche zwei Optionen würdet ihr wählen?
- Wie viele Kombinationen gibt es?
- Spielt eurer Meinung die Reihenfolge eine Rolle?
- Was passiert, wenn ihr zwei Optionen von FÜNF Artikeln auswählt? Und drei von fünf Artikeln? Vier von fünf Artikeln?
- Könnt ihr ein Muster erkennen?
- Gibt es eine allgemeine Regel?



Was passiert voraussichtlich, wenn eine Mahlzeit gewählt wird?

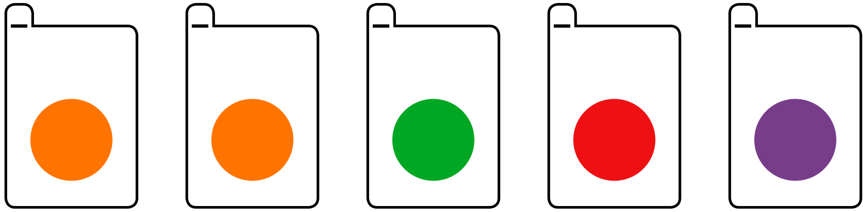
Auf der ISS ist Flüssigkeit ein lebenswichtiges Gut. Tim ist bei seinen letzten acht Getränkebeuteln angelangt. Er hat fünf mit Orange-, einen mit Apfel-, einen mit Preiselbeer- und einen mit Traubengeschmack. Er wählt einen zufallsbedingt aus.



- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, das Traubensaftgetränk zu wählen?
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, Orange zu wählen?
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dreimal in Folge Orange zu wählen?

Was passiert voraussichtlich, wenn eine Mahlzeit gewählt wird?

Auf der ISS ist Flüssigkeit ein lebenswichtiges Gut. Tim ist bei seinen letzten fünf Getränkebeuteln angelangt. Er hat zwei mit Orange-, einen mit Apfel-, einen mit Preiselbeer- und einen mit Traubengeschmack.

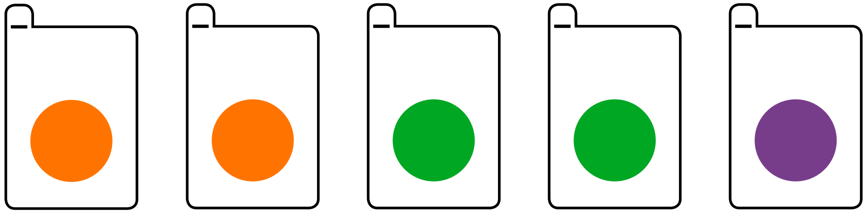


Die Regel für die Anzahl Anordnungen einer Menge von n Gegenständen, von denen r identisch sind, lautet : $\frac{n!}{r!}$

- Wie viele verschiedene Möglichkeiten zur Anordnung der Getränke gibt es?

Anordnungen (Fortsetzung)

Wie viele Anordnungen gibt es für die unten stehenden Getränkebeutel?



Die Regel für die Anzahl Anordnungen einer Menge von n Gegenständen, von denen r identisch sind, lautet : $\frac{n!}{r!}$

principia mission

UK SPACE AGENCY esero STEM LEARNING